

HUBUNGAN ANALITIS TINGGI MASSA TERPUSAT BANGUNAN TINGKAT TINGGI TERHADAP SIMPANGAN ANTAR-LANTAI AKIBAT GETARAN BEBAS TAKBEREDAMAN

Ricky H. Dakabesy¹ (rickyhandayani19@gmail.com)

Jusuf J. S. Pah² (yuserpbdaniel@yahoo.co.id)

Dolly W. Karels³ (dollywkarels@gmail.com)

ABSTRAK

Analisis getaran bebas sangat penting dilakukan karena dapat membantu mengetahui karakteristik suatu struktur seperti frekuensi natural (ω) dan periode getar struktur (T). Penelitian ini dilakukan guna mengetahui hubungan secara analitis antara massa lantai yang dipusatkan sebesar 1,5 massa pada suatu taraf lantai tertentu yang lebih besar dari massa lantai lainnya, pada 10 model gedung lantai 10 terhadap simpangan antar lantai akibat getaran bebas tanpa redaman menggunakan metode kekakuan. Dari hasil analisis diperoleh bahwa semakin tinggi lantai struktur maka semakin besar frekuensi natural dan semakin kecil periode getar struktur tersebut, dan juga semakin tinggi letak massa lantai terpusat maka semakin besar pula simpangan antar lantai yang terjadi. Terdapat tiga kondisi perubahan periode getar lantai tiap pemodelan gedung, yaitu yang pertama pada lantai 1 tiap model gedung, semakin tinggi massa dipusatkan maka semakin besar periode getar lantai 1 pada tiap model gedung, yang kedua pada lantai yang ketinggiannya setengah dari dari tinggi gedung, periode getar struktur akan berubah naik turun tiap satu perubahan pemusatan massa, dan yang ketiga pada lantai 10 tiap model gedung, periode getar terbesar berada pada model gedung yang pemusatan massanya berada pada lantai yang ketinggiannya setengah dari tinggi gedung. *

Kata Kunci: Massa, Simpangan, Getaran, Redaman.

ABSTRACT

Free vibration analysis is very important because it can help determine the characteristics of a structure such as the natural frequency (ω) and the vibration period of the structure (T). This research was conducted to determine the analytical relationship between the floor mass centered at 1.5 masses at a certain floor level which is larger than the other floor masses, on 10 models of the 10th floor building against the drift between floors due to free vibration without damping using the stiffness method. From the results of the analysis, it is found that the higher the floor of the structure, the greater the natural frequency and the smaller the period of vibration of the structure, and also the higher the location of the centralized floor mass, the greater the deviation between floors that occurs. There are three conditions of change in the vibration period of the floor of each building model, namely the first on the 1st floor of each building model, the higher the concentrated mass, the greater the vibration period of the 1st floor in each building model, the second on the floor whose height is half of the building height. The vibration of the structure will change up and down every time the concentration of mass changes, and the third is on the 10th floor of each building model, the largest vibration period is in the building model where the concentration of mass is on a floor whose height is half of the building's height.

Keywords: Mass, Drift, Vibration, Damping.

¹ Prodi Teknik Sipil, FST Undana (Penulis Korespondensi);

² Prodi Teknik Sipil, FST Undana;

³ Prodi Teknik Sipil, FST Undana.

PENDAHULUAN

Walaupun dalam kenyataannya getaran bebas pada bangunan tingkat tinggi sangat jarang terjadi, namun menganalisis atau mempelajari tentang getaran ini sangat penting dilakukan karena dapat membantu mengetahui karakteristik dari suatu struktur seperti frekuensi sudut, periode getar, frekuensi alami, dan *normal modes*. Getaran bebas yang terjadi pada stuktur banguan tingkat tinggi akan mengakibatkan terjadinya simpangan horisontal antar lantai (*drift*) pada struktur tersebut. Karena akan terjadi simpangan horisontal pada lantai struktur, maka besarnya massa lantai dan tinggi letak massa lantai terpusat stuktur merupakan suatu hal yang perlu diketahui hubungannya dengan simpangan antar lantai yang terjadi tersebut. Agar lebih sederhana dalam menganalisis getaran bebas tersebut maka redaman pada struktur diabaikan atau dianggap tanpa redaman.

TINJAUAN PUSTAKA

Getaran Bebas Tanpa Redaman Pada Struktur MDOF

Pada getaran bebas di struktur yang mempunyai derajat kebebasan banyak (MDOF), maka matriks persamaan diferensial gerakannya adalah,

$$[m][\ddot{x}] + [c][\dot{x}] + [k][x] = 0 \quad (1)$$

Pada struktur dengan redaman, frekuensi sudut yang dihasilkan hampir sama dengan frekuensi sudut pada struktur yang dianggap tanpa redaman. Apabila prinsip ini digunakan untuk struktur dengan derajat kebebasan banyak, maka nilai $C = 0$, maka persamaan 1 akan menjadi,

$$[m][\ddot{x}] + [k][x] = 0 \quad (2)$$

Karena persamaan 2 adalah persamaan diferensial pada struktur MDOF yang dianggap tidak mempunyai redaman, maka penyelesaian persamaan diferensial tersebut diharapkan dalam fungsi harmonik menurut bentuk, solusi dari persamaan gerak bebas tanpa redaman bangunan geser adalah :

$$x_i = \phi_i \sin \omega t \quad \text{atau dalam notasi vektor } [x] = [\phi] \sin \omega t \quad (3)$$

$$\dot{x}_i = \omega \phi_i \cos \omega t \quad \text{atau dalam notasi vektor } [\dot{x}] = \omega [\phi] \cos \omega t \quad (4)$$

$$\ddot{x}_i = -\omega^2 \phi_i \sin \omega t \quad \text{atau dalam notasi vektor } [\ddot{x}] = -\omega^2 [\phi] \sin \omega t \quad (5)$$

dimana :

$[\ddot{X}]$ = vektor percepatan

$[x]$ = vektor perpindahan

$[\phi]$ = vektor amplitudo gerak pada lantai ke-i

ω = Frekuensi natural

yang apabila disubstitusikan kedalam persamaan 2 maka akan menjadi :

$$[M][\ddot{X}] + [K][X] = [0]$$

$$[M](-\omega^2 [\phi] \sin \omega t) + [K]([\phi] \sin \omega t) = [0]$$

$$[[K] - \omega^2 [M]] [\phi] \sin \omega t = [0]$$

dapat di selesaikan jika dan hanya jika :

$$| [K] - \omega^2 [M] | [\phi] = [0] \quad (6)$$

masalah di atas adalah masalah matematis yang lebih dikenah dengan *eigen problem* solusi non-trivial dari masalah tersebut adalah setiap nilai ϕ_i tidak sama dengan 0 ($\phi_i \neq 0$) memerlukan determinan dari faktor faktor matriks $[\phi] = 0$ atau :

$$| [K] - \omega^2 [M] | = 0 \quad (7)$$

Hubungan Orthogonal

Hubungan Orthogonal yaitu hubungan unik yang bermanfaat dalam menyelesaikan problema dinamik. Hubungan orthogonal tersebut dapat diketahui dengan menggunakan persamaan nilai eigen seperti pada persamaan 6. Diketahui bahwa persamaan 2.6 merupakan persamaan simultan yang terdiri dari beberapa persamaan. Apabila persamaan simultan tersebut mempunyai n-persamaan maka persamaan tersebut akan mempunyai n-akar dan masing-masing akan memberi ordinat modes ke-1,2..i, j...n yang ditunjukkan oleh $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_i, \phi_j, \dots, \phi_n$. Untuk memulai pembahasan maka diambil persamaan nilai eigen yang menghasilkan mode ke-i, dan ke-j dari persamaan.

$$\omega_i^2 [m] [\phi]_i = [k] [\phi]_i \tag{8}$$

$$\omega_j^2 [m] [\phi]_j = [k] [\phi]_j \tag{9}$$

Apabila nilai transpose persamaan 7 dikalikan $[\phi]_j$ maka akan diperoleh suatu persamaan ,

$$[\omega_i^2 [m] [\phi]_i]^T [\phi]_j = [k] [\phi]_i^T [\phi]_j \tag{10}$$

Karena matriks massa dan matriks kekakuan adalah matriks simetri maka $[m]^T = [m]$ dan $[k]^T = [k]$, sehingga perkalian pada persamaan 8 setelah disesuaikan orde matriksnya akan menjadi,

$$\omega_i^2 [\phi]_i^T [m] [\phi]_j = [\phi]_i^T [k] [\phi]_j \tag{11}$$

Apabila persamaan 11 dikalikan $[\phi]_i^T$ dan dengan mengambil sifat-sifat diatas dan dengan memperhatikan orde matriks maka akan diperoleh,

$$\omega_i^2 [\phi]_i^T [m] [\phi]_j = [\phi]_i^T [k] [\phi]_j \tag{12}$$

Karena ruas kanan persamaan 11 dan 12 sama maka apabila persamaan 11 dikurangi persamaan 12 maka akan menjadi,

$$[\omega_i^2 - \omega_j^2] [\phi]_i^T [m] [\phi]_j = 0 \tag{13}$$

Persamaan 13 adalah suatu perkalian yang hasilnya sama dengan nol. Oleh karena itu salah satu penggali tersebut harus sama dengan nol. Pada kenyataannya tidak akan dijumpai bahwa $\omega_i = \omega_j$ sehingga nilai yang sama dengan nol adalah :

$$[\phi]_i^T [m] [\phi]_j = 0 \tag{14}$$

Hubungan Normalisasi

Penyelesaian persamaan simultan homogen yang dalam hal ini adalah mencari koordinat *mode shapes* ϕ_{ij} tidaklah memberikan nilai yang pasti melainkan hanyalah merupakan perbandingan. Sebagai contoh koordinat untuk massa ke-1 ϕ_{ij} , umumnya memberikan nilai $\phi_{ij} = 1$. Sebenarnya nilai tersebut tidak selalu diberi nilai 1, tetapi nilai apa saja asalkan nilai koordinat yang lain sebanding dengan nilai tersebut. Pengambilan nilai $\phi_{ij} = 1$ tersebut sebenarnya merupakan usaha normalisasi (*normalizing*).

Ada cara lain untuk membuat normalisasi yaitu melalui suatu skala vector S_c .

$$S_c = [\phi]_i^T [m] [\phi]_j \tag{15}$$

Dengan $j = 1, 2, \dots, n$ adalah sembarang modes.

Normalisasi elemen *mode shape* ϕ_{ij} dapat diperoleh dengan hubungan ,

$$\Phi_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{\sqrt{[\phi]_i^T [M] [\phi]_j}} \tag{16}$$

Untuk struktur yang mempunyai matriks diagonal maka normalisasi elemen *mode shapes* tersebut dapat dihitung dengan,

$$\overline{\phi_{ij}} = \frac{\phi_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{ij}^2}} \tag{17}$$

Selanjutnya nilai-nilai normalisasi elemen *mode shape* tersebut dapat ditulis dalam bentuk *normalized modal matriks*,

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \overline{\phi_{11}} & \overline{\phi_{12}} & \overline{\phi_{13}} & \dots & \overline{\phi_{1n}} \\ \overline{\phi_{21}} & \overline{\phi_{22}} & \overline{\phi_{23}} & \dots & \overline{\phi_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{\phi_{n1}} & \overline{\phi_{n2}} & \overline{\phi_{n3}} & \dots & \overline{\phi_{nn}} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Maka diperoleh suatu hubungan untuk mengontrol koordinat *mode shape* yaitu,

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \tag{19}$$

METODE PENELITIAN

Spesimen Yang Digunakan Dalam Penelitian Ini Adalah Pemodelan Bangunan 10 Lantai Dengan Banyak Derajat Perpindahan (*Multi Degress Of Freedom-Mdof*) Dan Termasuk Dalam Struktur Gedung Beraturan. Massa Lantai Pada Suatu Tingkat Bangunan Sebesar 150% Lebih Besar Dari Massa Lantai Pada Tingkat Lainnya Yang Hanya Sebesar 100% Massa, Dan Letaknya Berbeda-Beda Pada Masing-Masing Pemodelan Gedung. Terhadap 10 Jenis Pemodelan Gedung Yaitu Gedung 1(G1), Gedung 2(G2), Gedung 3 (G3), Gedung 4 (G4), Gedung 5 (G5), Gedung 6 (G6), Gedung 7 (G7), Gedung 8 (G8), Gedung 9 (G9), Dan Gedung 10 (G10).

Terlebih dahulu membuat formulasi persamaan gerak,model matematik dan diagram *free body* dari bangunan geser 10 lantai agar dapat diperoleh formulasi matriks massa dan matriks kekakuan, kemudian kesepuluh model gedung tersebut dianalisis menggunakan metode Kekakuan (*stiffness*) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1.Menentukan frekuensi natural (ω)
 - 2.Menentukan pola perubahan bentuk (*mode shape*) dan persamaan simpangan horisontal antar lantai (*drift*)
 3. Menentukan matriks pola (*modal matriks*)
- setelah itu dilakukan kontrol kondisi orthogonalitas terhadap matriks pola yang diperoleh.

ANALISIS DAN PEMBAHASAN.

Formulasi Persamaan Gerak Bangunan Geser 10 Lantai

Untuk menentukan persamaan gerak dari suatu bangunan geser 10 lantai maka dibuat model MDOF, model matematis dan diagram *freebody* dari bangunan 10 lantai. Dari persamaan kesetimbangan dinamis bangunan geser 10 lantai diperoleh:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = F_1(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + (c_2+c_3)\dot{x}_2 - c_3 \dot{x}_3 - k_2x_1 + (k_2+k_3)x_2 - k_3x_3 = F_2(t)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 - c_3 \dot{x}_2 + (c_3+c_4)\dot{x}_3 - c_4 \dot{x}_4 - k_3x_2 + (k_3+k_4)x_3 - k_4x_4 = F_3(t)$$

$$m_4 \ddot{x}_4 - c_4 \dot{x}_3 + (c_4+c_5)\dot{x}_4 - c_5 \dot{x}_5 - k_4x_3 + (k_4+k_5)x_4 - k_5x_5 = F_4(t)$$

$$m_5 \ddot{x}_5 - c_5 \dot{x}_4 + (c_5+c_6)\dot{x}_5 - c_6 \dot{x}_6 - k_5x_4 + (k_5+k_6)x_5 - k_6x_6 = F_5(t)$$

$$m_6 \ddot{x}_6 - c_6 \dot{x}_5 + (c_6+c_7)\dot{x}_6 - c_7 \dot{x}_7 - k_6x_5 + (k_6+k_7)x_6 - k_7x_7 = F_6(t)$$

$$m_7 \ddot{x}_7 - c_7 \dot{x}_6 + (c_7+c_8)\dot{x}_7 - c_8 \dot{x}_8 - k_7x_6 + (k_7+k_8)x_7 - k_8x_8 = F_7(t)$$

$$m_8 \ddot{x}_8 - c_8 \dot{x}_7 + (c_8 + c_9) \dot{x}_8 - c_9 \dot{x}_9 - k_8 x_7 + (k_8 + k_9) x_8 - k_9 x_9 = F_8(t)$$

$$m_9 \ddot{x}_9 - c_9 \dot{x}_8 + (c_9 + c_{10}) \dot{x}_9 - c_{10} \dot{x}_{10} - k_9 x_8 + (k_9 + k_{10}) x_9 - k_{10} x_{10} = F_9(t)$$

$$m_{10} \ddot{x}_{10} - c_9 \dot{x}_9 + c_{10} \dot{x}_{10} - k_9 x_9 + k_{10} x_{10} = F_{10}(t)$$

Persamaan diatas merupakan formulasi kekakuan (*stiffness*) dari persamaan gerak bangunan geser 10 lantai. Secara umum persamaan gerak bangunan geser ditulis dalam bentuk notasi matriks persamaan 1, $[M] [\ddot{X}] + [C][\dot{x}] + [K][x] = [F]$

Karena bangunan geser mengalami kondisi gerak bebas tanpa redaman maka bangunan geser sama sekali tidak dipengaruhi oleh gaya luar atau redaman. Redaman (C) dan gaya (F) pada persamaan gerak bangunan geser dihilangkan sehingga akan menghasilkan persamaan gerak pada persamaan 2, $[M] [\ddot{X}] + [K][x] = [0]$

Formulasi Matriks Massa Tiap Pemodelan Gedung Dan Formulasi Matriks Kekakuan.

Formulasi Matriks Massa Tiap Pemodelan Gedung adalah sebagai berikut :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{10} \end{bmatrix}$$

Dengan formulasi matriks massa tersebut maka dapat dibuat formulasi dari matriks massa tiap model gedung yaitu model G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G9 dan G10 dimana massa suatu taraf lantai tertentu pada tiap model Gedung (G) akan mempunyai massa sebesar 150 % lebih besar dari lantai lainnya yang hanya 100% massa, yang letaknya berbeda tiap model gedung. 150 % massa dan 100% massa lantai itu akan dimasukan ke dalam notasi sebagai 1,5 massa (1,5 m) dan 1 massa (1 m)

Formulasi matriks kekakuan untuk bangunan 10 lantai ini adalah sebagai berikut :

$$[K] = \begin{bmatrix} k1 + k2 & -k2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k2 & k3 + k3 & -k3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k3 & k2 + k4 & -k4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k4 & k4 + k5 & -k5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k5 & k5 + k6 & -k6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k6 & k6 + k7 & -k7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k7 & k7 + k8 & -k8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k8 & k8 + k9 & -k9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k9 & k9 + k10 & -k10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k10 & k10 \end{bmatrix}$$

rumus kekakuan :

$$K = \frac{12EI}{h^3}$$

Apabila dilakukan substitusi rumus kekakuan kedalam formulasi matriks kekakuan diatas dan apabila disederhanakan maka akan menghasilkan formulasi matriks kekakuan [K] sebagai berikut :

$$[K] = \frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix}$$

Konfigurasi matriks kekakuan diatas berlaku pada semua jenis pemodelan baik itu pada pemodelan G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G9 dan G10.

Analisis Model Gedung 1 (G1)

Analisis dilakukan menggunakan Metode *Direct* (langsung) atau disebut juga Metode Kekakuan (*stiffness*) ,didasarkan pada formulasi persamaan kekakuan (*stiffness equation*) dari bangunan geser, untuk analisis model gedung lainnya dapat dilihat pada Lampiran 1.

Frekuensi Natural (ω) Model Gedung 1 (G1)

Substitusikan matriks kekakuan dan matriks massa G1 kedalam persamaan 2.

Maka akan Menjadi :

$$\frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{m}{2} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

untuk lebih memudahkan dalam menghitung nilai frekuensi getaran dari persamaan determinan diatas maka dimisalkan :

$$\omega^2 \frac{m}{2} = \frac{EI}{h^3} \lambda$$

$$\lambda = \frac{m\omega^2/2}{EI/h^3} = \frac{mh^3}{EI} \omega^2$$

Sehingga apabila disubstitusikan kedalam persamaan 2, Maka akan diperoleh :

$$\frac{EI}{h^3} \begin{bmatrix} 48 - 3\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 48 - 2\lambda & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24 & 24 - 2\lambda \end{bmatrix} = 0$$

determinan dari matriks diatas dihitung menggunakan aplikasi MATLAB didapat :

$$y = 1536 \lambda^{10} - 337920 \lambda^9 + 31408128 \lambda^8 - 1605795840 \lambda^7 + 49272717312 \lambda^6 - 929142669312 \lambda^5 + 10594748989440 \lambda^4 - 69017221988352 \lambda^3 + 227855900344320 \lambda^2 - 293240636964864 \lambda + 63403380965376$$

Menggunakan aplikasi MATLAB (Lampiran 2) maka nilai koefisien polinomial dari hasil determinan tersebut adalah :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0,2675 & \lambda_4 &= 11,0682 & \lambda_7 &= 31,1983 & \lambda_{10} &= 46,7866 \\ \lambda_2 &= 2,3316 & \lambda_5 &= 17,0928 & \lambda_8 &= 37,8818 \\ \lambda_3 &= 6,0907 & \lambda_6 &= 24,0000 & \lambda_9 &= 43,2825 \end{aligned}$$

setelah diperoleh nilai λ maka disubstitusikan kedalam persamaan :

$$\lambda = \frac{mh^3}{EI} \omega^2$$

maka frekuensi natural (ω) tiap lantai dapat dicari dengan :

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_1 = 0,2675 \frac{EI}{mh^3} & \omega_6^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_6 = 24,0000 \frac{EI}{mh^3} \\ \omega_1 &= 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} & \omega_6 &= 4,8990 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \\ \omega_2^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_2 = 2,3316 \frac{EI}{mh^3} & \omega_7^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_7 = 31,1983 \frac{EI}{mh^3} \\ \omega_2 &= 1,5270 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} & \omega_7 &= 5,5855 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \\ \omega_3^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_3 = 6,0907 \frac{EI}{mh^3} & \omega_8^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_8 = 37,8818 \frac{EI}{mh^3} \\ \omega_3 &= 2,4679 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} & \omega_8 &= 6,1548 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \\ \omega_4^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_4 = 11,0682 \frac{EI}{mh^3} & \omega_9^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_9 = 43,2825 \frac{EI}{mh^3} \\ \omega_4 &= 3,3269 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} & \omega_9 &= 6,5789 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \\ \omega_5^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_5 = 17,0928 \frac{EI}{mh^3} & \omega_{10}^2 &= \frac{EI}{mh^3} \lambda_{10} = 46,7866 \frac{EI}{mh^3} \\ \omega_5 &= 4,1343 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} & \omega_{10} &= 6,8401 \sqrt{\frac{EI}{mh^3}} \end{aligned}$$

Pola Perubahan Bentuk (*Mode shapes*) Model Gedung 1 (G1)

Pola perubahan bentuk dari masing masing nilai frekuensi natural (ω_i) diperoleh dengan menentukan nilai vektor ordinat nilai amplitudo [ϕ_i] dari persamaan 6 sebagai berikut :

$$| [K] - \omega_i^2 [M] | [\phi] = [0]$$

Maka diperoleh nilai ordinat amplitudo mode shape (ϕ) tiap mode shape model Gedung 1(G1) adalah sebagai berikut:

Mode Shape 1	Mode Shape 2	Mode Shape 3	Mode Shape 4	Mode Shape 5
$\phi_{11}=0.1510$	$\phi_{12}=-0.4827$	$\phi_{13}=0.8604$	$\phi_{14}=-1.1352$	$\phi_{15}=1,1392$
$\phi_{21}=0.2969$	$\phi_{22}=-0.8247$	$\phi_{23}=1.0657$	$\phi_{24}=-0.6998$	$\phi_{25}=-0,1556$
$\phi_{31}=0.4362$	$\phi_{32}=-1.0064$	$\phi_{33}=0.7301$	$\phi_{34}=0.3811$	$\phi_{35}=-1,2289$
$\phi_{41}=0.5657$	$\phi_{42}=-0.9926$	$\phi_{43}=0.0240$	$\phi_{44}=1.1105$	$\phi_{45}=-0,5518$
$\phi_{51}=0.6827$	$\phi_{52}=-0.7860$	$\phi_{53}=-0.6944$	$\phi_{54}=0.8156$	$\phi_{55}=0,9113$
$\phi_{61}=0.7845$	$\phi_{62}=-0.4266$	$\phi_{63}=-1.0603$	$\phi_{64}=-0.2315$	$\phi_{65}=1,0763$

$\phi_{71}=0.8687$	$\phi_{72}=0.0156$	$\phi_{73}=-0.8880$	$\phi_{74}=-1.0651$	$\phi_{75}=-0,2918$
$\phi_{81}=0.9336$	$\phi_{82}=0.4549$	$\phi_{83}=-0.2651$	$\phi_{84}=-0.9163$	$\phi_{85}=-1,2443$
$\phi_{91}=0.9777$	$\phi_{92}=0.8057$	$\phi_{93}=0.4924$	$\phi_{94}=0.0777$	$\phi_{95}=-0,4244$
$\phi_{101}=1$	$\phi_{102}=1$	$\phi_{103}=1$	$\phi_{104}=1$	$\phi_{105}= 1$
Mode Shape 6	Mode Shape 7	Mode Shape 8	Mode Shape 9	Mode Shape 10
$\phi_{16}=-1,0000$	$\phi_{17}=0,8656$	$\phi_{18}=-0,7705$	$\phi_{19}=0,7103$	$\phi_{110}=-0,6771$
$\phi_{26}=1,0000$	$\phi_{27}=-1,6445$	$\phi_{28}=2,1075$	$\phi_{29}=-2,4222$	$\phi_{210}=2,6057$
$\phi_{36}=1,0000$	$\phi_{37}=0,1208$	$\phi_{38}=-1,6675$	$\phi_{39}=3,1818$	$\phi_{310}=-4,2711$
$\phi_{46}=-1,0000$	$\phi_{47}=1,5720$	$\phi_{48}=-0,1785$	$\phi_{49}=-2,6906$	$\phi_{410}=5,5046$
$\phi_{56}=-1,0000$	$\phi_{57}=-1,0638$	$\phi_{58}=1,8740$	$\phi_{59}=1,1417$	$\phi_{510}=-6,1815$
$\phi_{66}=1,0000$	$\phi_{67}=-0,9339$	$\phi_{68}=-1,9894$	$\phi_{69}=0,8561$	$\phi_{610}=6,2334$
$\phi_{76}=1,0000$	$\phi_{77}=1,6240$	$\phi_{78}=0,4273$	$\phi_{79}=-2,5173$	$\phi_{710}=-5,6549$
$\phi_{86}=-1,0000$	$\phi_{87}=-0,0403$	$\phi_{88}=1,4950$	$\phi_{89}=3,1889$	$\phi_{810}=4,5046$
$\phi_{96}=-1,0000$	$\phi_{97}=-1,5999$	$\phi_{98}=-2,1568$	$\phi_{99}=-2,6069$	$\phi_{910}=-2,8989$
$\phi_{106}=1$	$\phi_{107}=1$	$\phi_{108}=1$	$\phi_{109}=1$	$\phi_{1010}=1$

Menentukan matriks pola (*modal matrix*) Model Gedung 1 (G1)

Untuk membuat matriks pola maka perlu dilakukan normalisasi *mode shape* menggunakan persamaan 17.

Kemudian normalisasi mode shape dapat disusun dalam matriks pola (*modal matriks*) dari sistem seperti persamaan 18, sebagai berikut :

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 0.0656 & -0.2025 & 0.3378 & -0.4145 & 0.3887 & -0.3086 & 0.2272 & -0.1583 & 0.1001 & -0.0485 \\ 0.1290 & -0.3459 & 0.4184 & -0.2555 & -0.0531 & 0.3086 & -0.4316 & 0.4331 & -0.3414 & 0.1867 \\ 0.1895 & -0.4221 & 0.2867 & 0.1391 & -0.4193 & 0.3086 & 0.0317 & -0.3426 & 0.4485 & -0.3060 \\ 0.2458 & -0.4164 & 0.0094 & 0.4055 & -0.1883 & -0.3086 & 0.4126 & -0.0367 & -0.3793 & 0.3944 \\ 0.2967 & -0.3297 & -0.2726 & 0.2978 & 0.3110 & -0.3086 & -0.2792 & 0.3851 & 0.1609 & -0.4429 \\ 0.3409 & -0.1790 & -0.4163 & -0.0845 & 0.3673 & 0.3086 & -0.2451 & -0.4088 & 0.1207 & 0.4467 \\ 0.3775 & 0.0066 & -0.3486 & -0.3889 & -0.0996 & 0.3086 & 0.4262 & 0.0878 & -0.3549 & -0.4052 \\ 0.4057 & 0.1908 & -0.1041 & -0.3346 & -0.4246 & -0.3086 & -0.0106 & 0.3072 & 0.4495 & 0.3228 \\ 0.4248 & 0.3380 & 0.1933 & 0.0284 & -0.1448 & -0.3086 & -0.4199 & -0.4432 & -0.3675 & -0.2077 \\ 0.4345 & 0.4194 & 0.3926 & 0.3651 & 0.3412 & 0.3086 & 0.2625 & 0.2055 & 0.1410 & 0.0717 \end{bmatrix}$$

Kontrol Kondisi Orthogonalitas

Kontrol kondisi orthogonalitas berdasarkan persamaan 19, $[\Phi]^T[M][\Phi] = [I]$

Perhitungan dilakukan menggunakan aplikasi MATLAB (Lampiran 3) dan diperoleh hasil:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots(\text{OK})$$

Dengan hasil tersebut maka koordinat amplitudo mode shape (ϕ) yang di cari sudah betul

Frekuensi Natural (ω) dan Periode Getar (T) Tiap Model Gedung.

Rekapitulasi frekuensi natural (ω) tiap model gedung yang terdapat pada Lampiran 1 dapat dilihat pada tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1.Rekapitulasi Frekuensi natural (ω) tiap model gedung

Lantai	Frekuensi Natural (ω) Tiap Model Gedung									
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
Lt 1	0.5172 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5156 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5131 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5100 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5066 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5032 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5001 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.4975 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.4956 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.5178 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 2	1.5270 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4953 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4741 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4760 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4985 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5278 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5417 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5286 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5013 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5417 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 3	2.4679 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4179 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4656 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5285 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4936 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4244 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4406 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5201 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5109 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5312 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 4	3.3269 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.3632 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.4641 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.3421 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.3496 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.4641 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.3567 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.3344 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.4641 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	3.4641 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 5	4.1343 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2879 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1854 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2129 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2818 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1392 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.3197 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1595 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2720 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.3197 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 6	4.8990 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.0728 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.8989 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.0568 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.8990 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.0379 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.8990 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.0210 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.8990 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.0787 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 7	5.5855 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.5648 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.6853 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.5017 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.7014 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.5751 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.5814 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.7176 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.5080 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	5.7244 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 8	6.1548 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.0314 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.1768 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.2003 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.0372 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.1188 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.2421 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.0480 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.0901 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.2421 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 9	6.5789 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.5079 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.4291 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.5059 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.6137 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.5709 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.4385 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.4660 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.5460 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.6204 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 10	6.8401 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.8209 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.7938 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.7558 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.7106 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.7323 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.7764 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.8085 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.8314 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	6.8508 $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$

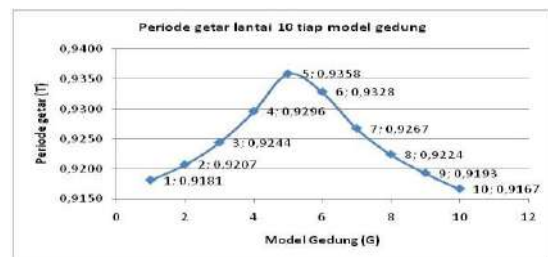
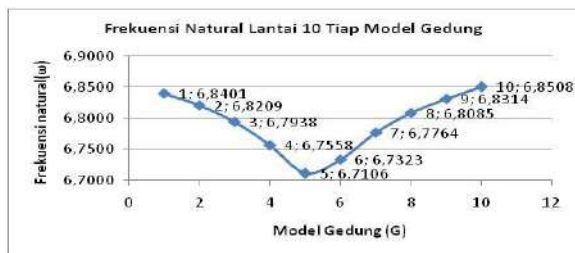
Dari tabel 1 dapat dilakukan perhitungan periode getar (T) tiap model gedung dengan menggunakan persamaan $T = \frac{2\pi}{\omega}$ dan hasilnya dapat dilihat pada tabel 2 berikut ini :

Tabel 2.Rekapitulasi Periode Getar (T) tiap model gedung

LT	Periode Getar (T) Tiap Model Gedung									
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
Lt 1	12.1423/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.180/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.2393/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.3137/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.3964/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.4801/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.5575/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.6231/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.6715/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	12.1282/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 2	4.1126/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1998/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2602/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.2547/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1909/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1105/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.0734/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1083/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.1830/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	4.0734/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 3	2.5447/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.597/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5470/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4837/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5184/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5903/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5731/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4920/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.5011/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	2.4810/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 4	1.8876/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8673/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8129/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8791/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8749/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8129/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8709/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8834/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8129/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.8129/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 5	1.5190/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4646/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5005/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4907/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4667/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5172/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4538/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.5098/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4700/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.4538/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 6	1.2819/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2380/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2819/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2419/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2819/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2466/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2819/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2507/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2819/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.2365/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 7	1.1243/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1285/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1046/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1415/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1015/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1264/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1252/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0984/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.1402/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0971/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 8	1.0203/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0412/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0167/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0129/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0402/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0263/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0061/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0384/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0312/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	1.0061/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 9	0.9546/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9650/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9768/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9653/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9495/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9557/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9754/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9712/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9594/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9486/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 10	0.9181/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9207/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9244/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9296/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9358/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9328/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9267/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9224/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9193/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	0.9167/ $\sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$

Dari Tabel 1 dan Tabel 2 juga diketahui bahwa periode getar (T) struktur berbanding terbalik dengan Frekuensi natural (ω) semakin besar frekuensi natural maka semakin kecil periode getar struktur, dan juga terdapat 3 kondisi utama pada perubahan frekuensi natural struktur yaitu pada puncak gedung atau pada lantai 10 tiap model gedung, pada tengah ketinggian gedung atau pada lantai 5 dan 6 tiap model gedung, dan pada lantai dasar atau pada lantai 1 tiap model gedung yang dapat dilihat pada gambar berikut :

Pada puncak gedung (lantai 10 tiap model gedung)



Gambar 1. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap

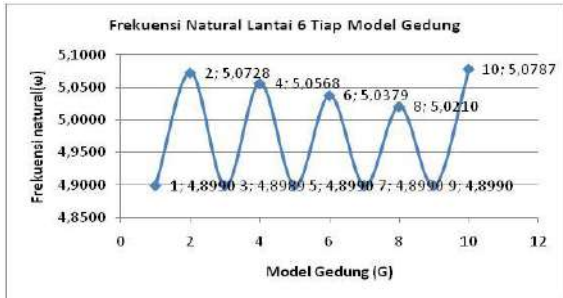
Gambar 2. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap

Model Gedung

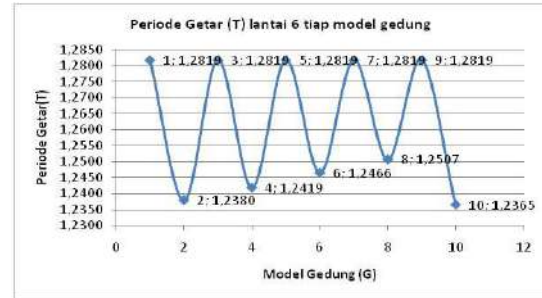
Model Gedung

Model gedung 10 (G10) atau ketika massa lantai sebesar 1,5 massa berada pada lantai 10 merupakan model gedung yang memiliki frekuensi natural terbesar dan periode getar terkecil pada tiap lantainya dibandingkan model gedung lain, hal ini dikarenakan ketika massa sebesar 1,5 massa lebih besar massa lantai lainnya dipusatkan pada lantai 10 yang merupakan lantai tertinggi dan tidak terdapat lantai lagi di atasnya maka kekakuan kolom yang mempengaruhi massa tersebut sangat kecil karena hanya kekakuan kolom lantai 10 saja.

Pada setengah ketinggian gedung (lantai 6 tiap model gedung)



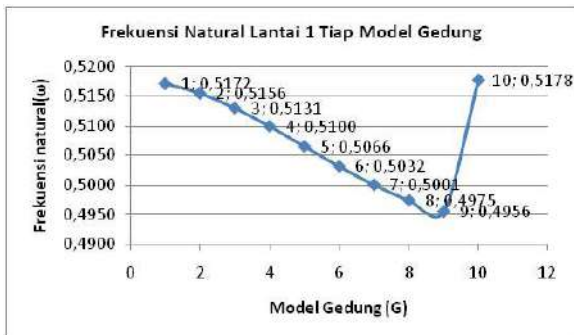
Gambar 3. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap Model Gedung



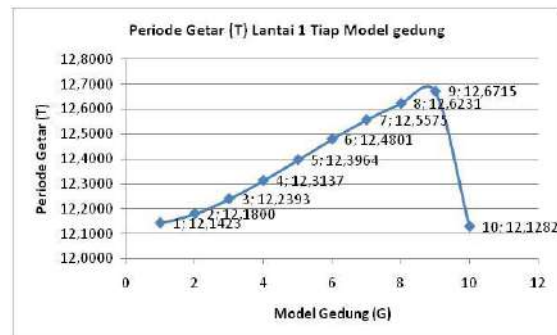
Gambar 4. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap Model Gedung

Frekuensi natural dan periode getar lantai 5 dan lantai 6 tiap gedungnya berubah naik dan turun setiap 1 model gedung, atau setiap 1 perubahan ketinggian pemusatan massa, hal ini dikarenakan lantai 5 dan lantai 6 letaknya berada pada pusat massa vertikal dari gedung. Pada lantai yang ketinggiannya semakin menjauh dari tengah tinggi gedung besar perubahan naik dan turun dari frekuensi naturalnya harus melewati lebih banyak perubahan pemusatan massa.

Pada dasar gedung (lantai 1 tiap model gedung)



Gambar 5. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap Model Gedung



Gambar 6. Frekuensi Natural Lantai 1 Tiap Model Gedung

Frekuensi natural lantai 1 tiap model gedung besarnya berkurang tiap model gedungnya dan mengalami pembesaran pada model gedung 10 (G10), semakin tinggi massa lantai dipusatkan maka semakin kecil frekuensi natural lantai 1 bangunan tersebut.

Rekapitulasi Nilai Ordinat Amplitudo (ϕ) Mode shape 1 Tiap Model Gedung.

Karena terdapat 10 pola perubahan bentuk atau *mode shape* maka salah satu *mode shape* akan dipakai sebagai dasar atau patokan untuk menjelaskan hubungan antara tinggi massa terpusat terhadap simpangan antar lantai (*drift*) dan *mode shape* yang dipakai adalah *mode shape 1* yang dapat dilihat pada Tabel 2 berikut ini :

Tabel 3 Ordinat Amplitudo Mode Shape (ϕ) 1 Tiap Model Gedung (G)

Lantai	Ordinat Amplitudo Mode Shape (ϕ) 1 Tiap Model Gedung (G)									
	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
Lt 1	0.151	0.152	0.152	0.152	0.152	0.150	0.149	0.147	0.146	0.076
Lt 2	0.297	0.301	0.302	0.301	0.300	0.298	0.295	0.292	0.288	0.226
Lt 3	0.436	0.439	0.444	0.444	0.442	0.439	0.435	0.430	0.425	0.370
Lt 4	0.566	0.568	0.572	0.577	0.575	0.571	0.565	0.559	0.553	0.506
Lt 5	0.683	0.685	0.687	0.691	0.695	0.690	0.684	0.677	0.669	0.631
Lt 6	0.784	0.786	0.788	0.790	0.793	0.796	0.789	0.781	0.772	0.742
Lt 7	0.869	0.870	0.871	0.872	0.874	0.876	0.877	0.869	0.859	0.836
Lt 8	0.934	0.934	0.935	0.935	0.936	0.937	0.938	0.939	0.929	0.911
Lt 9	0.978	0.978	0.978	0.978	0.979	0.979	0.979	0.979	0.980	0.966
Lt 10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai ordinat amplitudo *mode shape* 1 pada masing–masing gedung besarnya semakin meningkat atau bertambah tiap lantainya mendekati nilai 1 pada lantai 10 (Lt10) sehingga dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi letak massa lantai terpusat sebesar 1,5 massa maka ordinat amplitudo tiap lantainya juga semakin besar.

Berdasarkan tabel 3 dapat diperoleh persamaan simpangan antar lantai dengan menggunakan persamaan gerakan harmonik struktur (Persamaan 3) Sehingga diperoleh rekapitulasi persamaan simpangan antar lantai mode shape 1 tiap model gedung yang dapat dilihat pada tabel 4 berikut ini :

Tabel 4. Persamaan Simpangan antar Lantai (Drift) Mode Shape 1 tiap Model Gedung

Lantai	Persamaan Simpangan Antar Lantai (<i>drift</i>) Mode shape 1 Tiap Model Gedung (G)				
	G1	G2	G3	G4	G5
Lt 1	$0.1510 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1521 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1524 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1523 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1517 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 2	$0.2969 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.3007 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.3016 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.3014 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.3001 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 3	$0.4362 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4394 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4441 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4439 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4422 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 4	$0.5657 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5683 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5720 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5769 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5747 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 5	$0.6827 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6846 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6874 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6910 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6950 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 6	$0.7845 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7858 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7877 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7902 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7930 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 7	$0.8687 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8695 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8707 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8723 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8740 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 8	$0.9336 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9340 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9347 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9354 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9363 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 9	$0.9777 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9779 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9781 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9783 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9786 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 10	$1 \sin 0,5172 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5156 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5131 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5100 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5066 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$

Pada Tabel 4 dapat dilihat bahwa besarnya nilai pada persamaan simpangan antar lantai (*drift*) *mode shape* 1 pada masing–masing model gedung semakin meningkat atau besar tiap lantainya dikarenakan nilai ordinat amplitudo yang juga semakin meningkat tiap lantainya mendekati nilai 1 pada lantai 10 (Lt10). Maka dapat disimpulkan bahwa besarnya nilai ordinat amplitudo sangat berpengaruh terhadap besarnya simpangan antar lantai (*drift*), semakin besar ordinat amplitudo maka semakin besar pula nilai simpangan antar lantainya

Tabel 4. Persamaan Simpangan antar Lantai (*Drift*) Mode Shape 1 tiap Model Gedung (lanjutan)

Lantai	Persamaan Simpangan Antar Lantai (<i>drift</i>) Mode shape 1 Tiap Model Gedung (G)				
	G6	G7	G8	G9	G10
Lt 1	$0.1505 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1489 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1473 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.1455 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.0763 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 2	$0.2978 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.2949 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.2916 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.2881 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.2257 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 3	$0.4389 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4346 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4298 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.4247 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.3701 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 4	$0.5707 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5653 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5592 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5527 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.5062 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 5	$0.6904 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6842 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6770 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6694 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.6311 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 6	$0.7956 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7889 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7809 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7723 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.7418 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 7	$0.8756 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8771 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8687 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8594 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.8359 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 8	$0.9371 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9379 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9386 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9290 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9114 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 9	$0.9789 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9792 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9794 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9795 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$0.9665 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$
Lt 10	$1 \sin 0,5032 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5001 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,4975 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,4956 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$	$1 \sin 0,5178 \sqrt{\frac{EI}{mh^2}}$

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan diperoleh frekuensi natural terbesar berada pada model gedung 10 (G10) atau saat massa lantai sebesar 1,5 massa berada pada lantai 10, dan hubungan analitis tinggi massa terpusat bangunan tingkat tinggi terhadap simpangan antar lantai (*drift*) akibat getaran bebas takberedaman adalah semakin tinggi letak massa lantai terpusat sebesar 1,5 massa maka semakin besar pula nilai ordinat amplitudo lantainya, yang kemudian akan mempengaruhi simpangan antar lantai (*drift*) gedung tersebut.

SARAN

1. Perlu dilakukan analisis lebih lanjut dengan memasukan data-data pemodelan gedung seperti dimensi struktur, tinggi bangunan dan tinggi antar lantai, mutu baja tulangan dan mutu beton agar simpangan antar lantai tidak lagi diperoleh dalam bentuk persamaan, atau bisa juga dengan mensubstitusikan data tersebut kedalam persamaan simpangan antar lantai yang telah diperoleh dalam penelitian ini agar nilainya dapat diketahui.
2. Perlu dilakukan juga analisis pada jenis getaran bebas dengan redaman maupun pada jenis getaran paksa (*forced vibration*)
3. Analitis dalam penelitian ini menggunakan Metode *Direct* (langsung) atau disebut juga Metode Kekakuan (*stiffness*) yang didasarkan pada formulasi persamaan kekakuan (*stiffness equation*) dari bangunan geser, maka perlu juga dilakukan analisis perbandingan metode ini yaitu dengan melakukan analisis menggunakan metode Stodola (metode iterasi) atau disebut juga Metode Fleksibilitas yang didasarkan pada formulasi persamaan kelenturan (*flexibility equation*) struktur .

Daftar Pustaka

- Manubulu C dkk. 2020. Getaran Bebas Pada Struktur MDOF Bangunan Penahan Geser. Jurnal Teknik Sipil vol.1 no.1. Fakultas Teknik. Universitas Katolik Widya Mandira. Kupang.
- Pawirodikromo W.2012. Seismologi Teknik & Rekayasa Kegempaan. Pustaka Pelajar. Yogyakarta.
- Widodo. 2001. Respon dinamik struktur elastik. UII pres , Yogyakarta.
- Widodo.2011. Seismologi teknik dan rekayasa kegempaan. Pustaka pelajar, Yogyakarta.

Lampiran 1 : Analisis model gedung 2 (G2) sampai model gedung 10 (G10)

<https://drive.google.com/file/d/1EqMYkckqp-3Vbf51aqUCPeVLcAzF19-h/view?usp=sharing>

Lampiran 2: Hasil perhitungan determinan (y) pada perhitungan nilai Frekuensi Natural

<https://drive.google.com/file/d/1v4RGNEk92F4Eh1qQLZad0fUvarum8rWg/view?usp=sharing>

Lampiran 3 : Perhitungan kontrol kondisi orthogonalitas

<https://drive.google.com/file/d/1oZVQ-Jqfiu6r2Yab8zUQcfW3zLsEjEOf/view?usp=sharing>

